

Chapitre 6 : Comprendre et utiliser la notion de fonction

I Généralités

1) Notion de fonction

Définition : Une **fonction** est un processus qui, à un nombre x , fait correspondre un nombre unique.

Exemple : Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre,
Elever au carré,
Ajouter 1,
Ecrire le nombre obtenu.

Par ce processus, on définit une fonction car, pour chaque valeur choisie au départ, il n'y a qu'un seul résultat possible.

Si on choisit 4 au départ, le résultat obtenu est : 17 (car $4^2 = 16$ et $16 + 1 = 17$)

Si on choisit -3 au départ, le résultat obtenu est : 10 (car $(-3)^2 = 9$ et $9 + 1 = 10$)

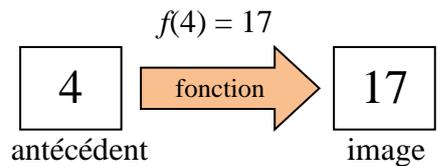
2) Vocabulaire et notation

On peut noter cette fonction par une lettre, par exemple f (c'est son nom).

On dit que : • l'**image** de 4 par la fonction f est 17.

• 4 a pour **image** 17 par la fonction f .

• 4 est un **antécédent** de 17 par la fonction f .



Exemples :

L'image de 0 par la fonction f est : 1 (on dit aussi que 0 est un antécédent de 1 par f).

L'image de 6 par la fonction f est : 37

L'image de -6 par la fonction f est : 37

On dit que 6 et -6 sont des **antécédents** de 37.

Remarque :

Un nombre ne peut avoir qu'une seule image, mais un nombre peut avoir plusieurs antécédents.

Définition : A un nombre x , appelé variable, une fonction f associe un unique nombre, noté $f(x)$ (se lit « f de x »).

On dit que $f(x)$ est l'image de x par la fonction f .

Exemple : En reprenant l'exemple précédent, on a :

$$f(5) = 26 \quad (5^2 = 25 \quad \text{et} \quad 25 + 1 = 26)$$

On a aussi : $f(8) = 65$ et $f(10) = 101$.

Notation : On a : $f : x \mapsto x^2 + 1$ (« la fonction f qui à x associe $x^2 + 1$ ») ou $f(x) = x^2 + 1$.

II Trois façons de définir une fonction

On peut présenter une fonction sous trois formes différentes :

1) Avec un graphique

Ce graphique définit une fonction f qui, à chaque nombre x compris entre -3 et 8 (lu sur l'axe des abscisses) associe un nombre $f(x)$ (lus sur l'axe des ordonnées).

L'image de 2 par la fonction f est 1.

$$f(2) = 1$$

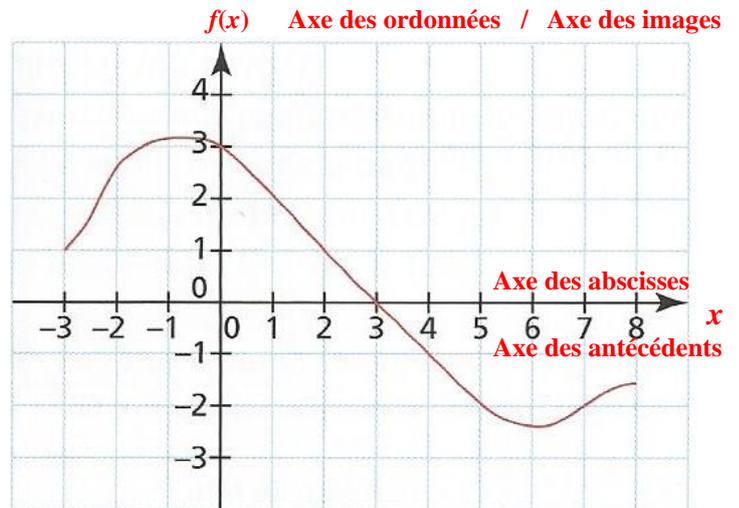
L'image de 7 par la fonction f est -2 .

$$f(7) = -2$$

Les antécédents de 2 sont $-2,5$ et 1 .

$$f(-2,5) = f(1) = 2$$

Le nombre 4 n'a pas d'antécédent.



2) Avec un tableau de valeurs

Ce tableau définit une fonction g qui, à chaque nombre x de la première ligne, associe un nombre $g(x)$ de la deuxième ligne.

Exemple :

x	-1	0	1	2	3
Image $g(x)$	8	-4	6	8	14

L'image de 1 par la fonction g est 6 ; on a $g(1) = 6$.

-1 et 2 sont des antécédents de 8 par la fonction g ; on a $g(-1) = g(2) = 8$.

3) Avec une formule

Exemple : h est la fonction : $x \mapsto 3x - 2$

On lit : « h est la fonction qui, à x , associe $3x - 2$ ».

A chaque nombre x , on associe le nombre $h(x)$ obtenu en appliquant le programme de calcul ci-contre :

Choisir un nombre,
Le multiplier par 3,
Soustraire 2,
Ecrire le nombre obtenu.

L'image de 7 par la fonction h est 19 car $h(7) = 3 \times 7 - 2 = 21 - 2 = 19$.

Pour déterminer un antécédent de 34 par la fonction h , on résout l'équation : $h(x) = 34$.

$$3x - 2 = 34$$

$$3x = 34 + 2$$

$$3x = 36$$

$$x = 12.$$

On a donc $h(12) = 34$ et 12 est un antécédent de 34 par la fonction h .